四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊下編卷三十七

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄録監生臣趙選

繪圖監生臣周濬

御製數理精蘊下編卷三十七

末部七

難題

難題

算術之學不外於線面體其間比例相求或借根借方等法既已分門别類於前然設問中有紆迴繁襍之不同者非畧詳明辨則何以得其統緒茲又探賾鉤深編為難題一卷俾學者殫思觀變以不迷於入算之方庶幾數理之微人心之巧由此引而伸之觸類而長之將以窮天下之變亦不難也

設如甲乙丙三人值班甲三日一次乙四日一次丙五日一次問三人何日同班

三四
一二 三五
六〇

法以三日與四日相乘得十二日再與五日相乘得六十日即三人同班之日也此法蓋因六十為三四五皆可以度盡之數三與四相乘得十二日是甲乙同班之日而不能與丙同班三與五相乘得十五日是甲丙同班之日而不能與乙同班四與五相乘得二十日是乙丙同班之日而不能與甲同班惟六十日為甲第二十次值班之日為乙第十

五次值班之日為丙第十二次值班之日故為三人同班之日也

設如有錢不知總數以三數之餘二文以五數之餘三文以七數之亦餘二文問錢總數幾何

七〇
二
一四〇

二一
三
六三

一五
二
三〇

法先以三數之率定為七十五數之率定為二十一七數之率定為十五乃以三數之率七十與餘二相乘得一百四十以五數之率二十一與餘三相乘得六十三以七數之率十五與餘二相乘

一四〇
六三
三〇
二三三
一〇五
一二八
一〇五
〇二三

三數 七十
五數 二十一
七數 十五

得三十三數相併得二百三十三又以三五七遞乘得一百零五於二百三十三內減兩次餘二十三即總錢數也此法以三數之率定為七十者以其用七數五數皆盡惟用三數之餘一也今以餘二相乘得一百四十則是用七數五數皆盡惟用三數之餘二矣以五數之率定為二十一者以其用三數七數皆盡惟用五數之餘一也今以餘三相乘

三
五
一五
七
一〇五

得六十三則是用三數七數皆盡惟用五數之餘三矣以七數之率定為十五者以其用三數五數皆盡惟用七數之餘一也今以餘二相乘得三十則是用三數五數皆盡惟用七數之餘二矣以此三數相併自為三數餘二五數餘三七數餘二之數又以三五七遞乘得一百零五者此數用三五七皆可數盡故二百三十三雖為三數餘二五數餘三

七數餘二之數然減去一百零五餘一百二十八以三五七數之其所餘之數仍同也即再減去一百零五餘二十三以三五七數之其所餘之數亦同也是以問數在一百零五以下必二十三如問數在一百零五以上必一百二十八或二百三十三如原數更在二百三十三以上則遞加一百零五求之必有合也至其作率之法不過一乘一減如以

三五七命算則以五七相乘得三十五以三減之餘二不可為率以其所餘為二難與他數相乘也故將三十五倍之得七十以三減之餘一故七十即為三數之率三七相乘得二十一以五減之餘一故二十一即為五數之率三五相乘得一十五以七減之餘一故十五即為七數之率或以五數七數九數命算皆倣此例推之

設如三人治田一人日耘七畝一人日耕三畝一人日種五畝今令一人自耕自種自耘問一日治田幾何

一率 七十一日
二率 一百零五畝
三率 一日
四率 一畝四分七釐有餘

法以七畝三畝五畝連乘得一百零五畝為治田總衰數以每日耘七畝除之得十五日為耘田衰數以每日耕三畝除之得三十五日為耕田衰數以每日種五畝除之得二十一日為種田衰數三數相併得七十一日為一率一百零

一率　七十一日
二率　一百零五畝
三率　一日
四率　一畝四分七釐有餘

五畝為二率一日為三率得四率一畝四分七釐有餘即每日自耕自種自耘之數也此法蓋因一日耘七畝則一百零五畝須耘十五日一日耕三畝則一百零五畝須耕三十五日一日種五畝則一百零五畝須種二十一日併之得七十一日是一人自耕自種自耘治田一百零五畝即知一日治田一畝四分七釐有餘也

設如甲乙二人甲借乙本銀一千二百兩已經還訖仍欠四月利銀今乙又借甲銀八百兩欲與前利銀抵兑問得月數幾何

一率	八百兩
二率	一千二百兩
三率	一百二十日
四率	一百八十日

法以今借銀八百兩為一率原借銀一千二百兩為二率原欠利銀四月作一百二十日為三率得四率一百八十日以三十日歸之得六月為所求之日數也蓋甲借乙之銀數多故月數少乙借甲之銀數少故月數多而其利相等為

轉比例四率也

設如原買小布一疋長一丈八尺闊一尺三寸價一錢一分七釐今買大布一疋長二丈五尺闊一尺六寸問價幾何

一率　二十三尺四十寸
二率　一錢一分七釐
三率　四十尺
四率　二錢

法以原布長一丈八尺闊一尺三寸相乘得二十三尺四十寸為一率價一錢一分七釐為二率今布長二丈五尺闊一尺六寸相乘得四十尺為三率求得四率二錢即今布之價也凡物惟長不

同或惟闊不同則各以其長闊為比例今長闊俱不同故以其長闊各相乘為面與面之比例也

設如有銀三百九十六兩令甲乙丙丁四人分之甲得二分之一又多十兩乙得五分之三内少二十兩丙得三分之一又多八兩丁得四分之一内少六兩問四人各得銀數幾何

法先以總銀三百九十六兩内減去甲多十兩丙多八兩餘三百七十八兩又

一率	二百零二衰
二率	四百零四兩
三率	一衰
四率	二兩

加乙少二十兩丁少六兩共得四百零四兩為各分之總銀數乃以甲分母二乙分母五丙分母三丁分母四連乘之得一百二十為總衰數於總衰一百二十內取二分之一得六十為甲衰取五分之三得七十二為乙衰取三分之一得四十為丙衰取四分之一得三十為丁衰併之得二百零二衰為一率以各分總銀數四百零四兩為二率一衰為

一率	二百零二衰
二率	四百零四兩
三率	一衰
四率	二兩

三率得四率二兩乃以二兩用甲衰六十乘之得一百二十兩加所多十兩得一百三十兩即甲所分之銀數用乙衰七十二乘之得一百四十四兩內減所少二十兩餘一百二十四兩即乙所分之銀數用丙衰四十乘之得八十兩加所多八兩得八十八兩即丙所分之銀數用丁衰三十乘之得六十兩減所少六兩餘五十四兩即丁所分之銀數將

四人所分之銀併之得三百九十六兩
以合原數也

設如甲乙丙三商貨殖二年共得利銀八千五百八十兩甲原出本銀三千兩至滿八月收回一千兩至滿十九月又添一千二百兩乙原出本銀二千四百兩至滿六月收回八百兩至滿十五月又添一千四百兩丙原出本銀二千兩滿七月悉收回至滿十七月别出本銀一千六百兩問各人分得利銀若干

法以甲本銀三千兩與八月相乘滿八月收回一千兩是八月以前皆為三千兩得二萬四千兩又以收回一千兩與原本銀三千兩相減餘二千兩以八月與十九月相減餘十一月八月收回一千兩餘二千兩十九月後方添一千二百兩則是八月以後十九月以前此十一月皆為二千兩以十一月與二千兩相乘得二萬二千兩又以二千兩加所添一千二百兩得三千二百兩以十九月與二年之二十四月相減餘五月十九

甲衰數六萬二千兩

月後添一千二百兩是十九月以後二十四月以前此五月皆為三千二百兩以五月與三千二百兩相乘得一萬六千兩以三得數相併共六萬二千兩為甲之共衰數乙本銀二千四百兩與六月相乘滿六月收回八百兩是六月以前皆為二千四百兩得一萬四千四百兩又以收回八百兩與原本銀二千四百兩相減餘一千六百兩以六月與十五月相減餘九月六月後收回八百兩餘一千六百兩十五月後方添一千四百兩是六月以後十五月以前此

乙衰數五萬五千八百兩

九月皆為一千六百兩以九月與一千六百兩相乘得一萬四千四百兩又以一千六百兩加所添一千四百兩得三千兩以十五月與二年之二十四月相減餘九月十五月後添一千四百兩是十五月以後二十四月以前此九月皆為三千兩以九月與三千兩相乘得二萬七千兩三數相併共五萬五千八百兩為乙之共衰數丙本銀二千兩與七月相乘滿七月悉收回則七月以前皆為二千兩得一萬四千兩又以

丙衰數二萬五千二百兩

一率　一十四萬三千
二率　八千五百八十
三率　一兩
四率　六分

十七月與二十四月相減餘七月與別出本銀一千六百兩相乘七月悉取回不算外至第十七月方出本一千六百兩是十七月以後二十四月以前止七月也得一萬一千二百兩二數相併共二萬五千二百兩為丙之共衰數以甲乙丙三衰數相併甲六萬二千乙五萬五千八百丙二萬五千二百共得一十四萬三千兩為一率總利銀八千五百八十兩為二率一兩為三率求得四率六分以各人衰數乘之甲得三

千七百二十兩乙得三千三百四十八兩丙得一千五百一十二兩為各人所得利銀之數也

設如有一大石不知其重但知一小石重四兩求大石重幾何

法用一木杆結繫於中兩端令平乃以大石掛於一端以小石作砣稱之如大石距提繫一寸小石距提繫六寸得平則以一寸為一率小石重四兩為二率

六寸為三率求得四率二十四兩即大石之重也如圖甲乙為大石距提繫一寸甲丙為小石距提繫六寸丁為大石戊為小石戊小石之重即甲乙之分丁大石之重即甲丙之分故甲乙與戊小石之比同於甲丙與丁大石之比也

設如有銀大小二錠共重十五兩求大小錠各重幾何

法用一木杆結繫於中兩端令平乃以

大錠小錠各掛一端如大錠距提繫四寸小錠距提繫六寸得平則以四寸六寸相加得十寸為一率共重十五兩為二率大錠距提繫四寸為三率得四率六兩即小錠之重如以小錠距提繫六寸為三率則得四率九兩即大錠之重也如圖甲乙為大錠距提繫四寸甲丙為小錠距提繫六寸故以甲乙甲丙共分與丁戊共重之比同於甲乙與戊小

錠之比亦同於甲丙與丁大錠之比也

設如以戥稱銀戥數不足將砣上加四兩稱之得二百兩原砣重八兩問銀實重幾何

法以原砣重八兩爲一率又以原砣八兩與加四兩相併得十二兩爲二率以今稱二百兩爲三率得四率三百兩爲原銀之重數也如圖甲乙爲二百兩之分丙爲砣重十二兩試將甲乙戥衡引長至丁甲丁爲三百兩之分戊爲原砣

重八兩甲乙乘丙砣卽與甲丁乘戊砣之數等故以戊砣與甲乙之比同於丙砣與甲丁之比爲轉比例四率也

設如戥子失去墜砣欲配一砣不知輕重以重三兩之物用六錢之砣稱之得四兩問原砣重幾何

法以原重三兩爲一率今稱得四兩爲二率今砣重六錢爲三率求得四率八錢卽原砣之重也如圖甲乙爲戥盤距提繫之分丙爲物重甲丁爲三兩之分

戊為原砣甲己為四兩之分庚為今砣以比例論之甲乙與戊砣之比同於甲丁與丙重之比又甲乙與庚砣之比同於甲己與丙重之比是甲丁乘戊砣即與甲己乘庚砣之數等故以甲丁與庚砣之比即同於甲己與戊砣之比為轉比例四率也

設如河口上寬十尺下寬六尺深五尺求每日流水幾何

率	數
一率	一分
二率	四千尺
三率	一千四百四十分
四率	五千七百六十萬尺

法以木板一塊置於水面用驗時儀墜子候之看六十秒內木板流遠幾丈如流遠十丈即以十丈變為一百尺乃以河上寬十尺與下寬六尺相加折半得八尺與河深五尺相乘得四十尺又與木板流遠一百尺相乘得四千尺即六十秒內所流之數又以六十秒收為一分為一率水流四千尺為二率以每日二十四小時化為一千四百四十分一小

一率　一分
二率　四千尺
三率　一千四百四十分
四率　五千七百六十萬尺

時為四刻一為三率求得四率五千七
刻為十五分
百六十萬尺即一日内所流之數也此
法先用木板以驗所流之緩急水急則
木隨水流亦急水緩則木随水流亦緩
看木之緩急即知水流之多少故先求
得河口面積再以遠乘之即得水流之
積數也

設如有房一所不知間數亦不知房價但云每房六
間每年租銀二十四兩五年後適得本銀每房八

間每年租銀三十五兩八年後得本銀外又得利銀二千一百六十兩問房數房價各幾何

六 一百二十兩 九六〇 適足

八 二百八十兩 一六八〇 盈二千一百六十兩

四八

一六八〇
九六〇
七二〇

法以五年與每年二十四兩相乘得一百二十兩以八年與每年三十五兩相乘得二百八十兩是為每房六間租一百二十兩適足每房八間租二百八十兩盈二千一百六十兩乃以六間互乘二百八十兩得一千六百八十兩以八間互乘一百二十兩得九百六十兩相

一率	七百二十兩
二率	四十八間
三率	二千一百六十兩
四率	一百四十四間

一率	六間
二率	一百二十兩
三率	一百四十四間
四率	二千八百八十兩

一率	八間
二率	二百八十兩
三率	一百四十四間
四率	五千零四十兩

減餘七百二十兩為一率以六間與八間相乘得四十八間為二率以利銀二千一百六十兩為三率得四率一百四十四間即房之總數也又以六間為一率五年得一百二十兩為二率總房一百四十四間為三率得四率二千八百八十兩即房價或以八間為一率八年得二百八十兩為二率總房一百四十四間為三率得四率五千零四十兩内

減利銀二千一百六十兩亦得二千八百八十兩為房價也此法葢因五年八年之數不同故以五年八年與每年銀數相乘作總得租銀算也

設如有銀買物不知銀數亦不知物價但云取銀六分之五買之則多六兩取銀四分之三買之仍多二兩問銀數及物價各幾何

法以前分母六互乘後分子三得十八以後分母四互乘前分子五得二十相

六　四
五　三
二四
二〇　一八
〇二

盈六兩　六三四　盈二兩

一率　二分
二率　四兩
三率　二十四分
四率　四十八兩

減餘二分為一率盈六兩與盈二兩相減餘四兩為二率兩分母互乘得二十四分為三率求得四率四十八兩即為銀數取六分之五為四十兩減盈六兩得三十四兩為物價或取四分之三得三十六兩減盈二兩亦得三十四兩為物價也

又先得物價之法以前分母六互乘後分子三得十八以後分母四互乘前分

六　四
五 二〇　三 一八
三〇 二八 〇二
盈六兩 一〇八　盈二兩 四〇
一〇八 四〇 〇六八

一率　二倍
二率　六十八兩
三率　一倍
四率　三十四兩

子五得二十又以十八互乘盈六兩得盈一百零八兩為加十八倍以二十互乘盈二兩得盈四十兩為加二十倍乃以十八倍與二十倍相減餘二倍為一率互乘所得兩盈數相減餘六十八兩為二率一倍為三率求得四率三十四兩即物價加盈六兩得四十兩即原銀六分之五乃用五歸六因得四十八兩為原銀數或於物價三十四兩加盈二

兩得三十六兩即原銀四分之三乃用三歸四因亦得四十八兩為原銀數也

此盈朒單法因帶分母子不同故用通分互乘以齊其分耳

設如有銀買米不知米數亦不知米價只云買米四分之一用銀二十兩則米少一石若買三分之一用銀二十四兩則米多二石問米數及米價各幾何

法以前分母四互乘得分子一得四以

四
一三
二十兩 八〇
朒一石 四
三
一四
二十四兩 七十二
盈二石 六
八十 七十二
八〇 四〇
一〇

一率 十石
二率 八兩
三率 一石
四率 八錢

後分母三互乘前分子一得三乃以互乘所得後分子四互乘二十兩得八十兩互乘朒一石得朒四石又以互乘所得前分子三互乘二十四兩得七十二兩互乘盈二石得盈六石乃以朒四石與盈六石相加得十石為一率八十兩與七十二兩相減餘八兩為二率一石為三率求得四率八錢即米一石之價也既得米價乃以八錢除二十兩得二

十五石減朒一石餘二十四石為米四分之一以四因之得九十六石即米數或以八錢除二十四兩得三十石加盈二石得三十二石為米三分之一以三因之亦得九十六石為米數也蓋以分母互乘前則為十二分之三後則為十二分之四（兩分母互乘得十二）又以分子互乘前則為米十二分（兩分子互乘亦得十二分）用銀八十兩朒四石後則為米十二分用銀七十

二两盈六石夫米之分數既同而銀差八两則盈朒差十石故知十石價八两即知一石價八錢也此雙套盈朒之法但有米之分數又有石數故立法微不同若止帶零分則惟用通分法餘俱與雙套盈朒之法同

又先得米數之法以銀數列於上分數列於下乃以前分母四互乘後分子一得四以後分母三互乘前分子一得三

二十兩 四 一二 七二 朒一石 二四

二十四兩 三 一 四八〇 盈二石 四〇

一二

八〇 七二 〇八

四〇 二四 六四

一率 八分

二率 六十四石

三率 一十二分

四率 九十六石

又以二十兩互乘後所得分子四得八十分互乘盈二石得盈四十石以二十四兩互乘前所得分子三得七十二分互乘朒一石得朒二十四石乃以七十二分與八十分相減餘八分為一率朒二十四石與盈四十石相加得六十四石為二率兩分母互乘得十二分為三率求得四率九十六石即原米數也既得米數四歸之得二十四石加朒一石

四八〇
二十兩　四　一十二　朒二十四石
二十四兩　三　一　四八〇　盈四十石

得二十五石以除二十兩得八錢為米
價或將米數三歸之得三十二石減盈
二石餘三十石以除二十四兩亦得八
錢為米價也葢用互乘前則為四百八
十兩（二十兩與二十四兩互乘得四百八十兩）買米十二分
之七十二朒二十四石後則為四百八
十兩買米十二分之八十盈四十石夫
銀數既同而米差八分則盈朒相差六
十四石故知八分為六十四石即知十

八十兩　朒四石
〇二八　六四
八七〇　一〇
七十二兩　盈六石

一率　十石
二率　八兩
三率　一石
四率　八錢

二分為九十六石也

又法以二十兩朒一石俱用四因之得八十兩朒四石因四分之一價二十兩故用四因為米總價又以二十四兩盈二石俱用三因之得七十二兩盈六石因三分之一價二十四兩故用三因為米總價作盈朒單法算以朒四石與盈六石相加得十石為一率八十兩與七十二兩相減餘八兩為二率一石為三率求得四率八錢即米一石之價也此法葢

因分數整齊故可比例而得其全分之價若有奇零則須用前法或用通分法算之

設如有一數不知幾何但云以三乘之再加一十又以四乘之再加二十又以五乘之再加三十又以六乘之再加四十共得六千七百問原數幾何

法先以所加之一十以四乘之又以五乘之又以六乘之得一千二百再以所加之二十以五乘之又以六乘之得六

一率　三百六十
二率　一
三率　四千六百八十
四率　一十三

百再以所加之三十以六乘之得一百八十乃以所得之三數相加得一千九百八十併所加之四十共二千零二十與共數六千七百相減餘四千六百八十為連乘之整數乃借一衰為原數以三乘之仍得三又以四乘之得一十二又以五乘之得六十又以六乘之得三百六十衰為一率原數一衰為二率以連乘整數四千六百八十為三率求得

一率 三百六十
二率 一
三率 四千六百八十
四率 一十三

四率十三即為原數也此法葢因三乘原數外加一十而又用四乘五乘六乘則此一十已用四乘五乘六乘矣四乘後加二十而又用五乘六乘則此二十已用五乘六乘矣五乘後加三十而又用六乘則三十已用六乘矣故將一十二十三十之數亦用連乘併後所加之四十與共數相減然後為三四五六與原數連乘之整分而以三四五六連乘

所得之三百六十與原數一為比例即同於今三四五六連乘所得之四千六百八十與原數十三之比例也

設如甲乙二車運糧甲車先行二日乙車後行五日追及甲車比乙車運價少五錢又甲車先行二日乙車後行七日追過甲車八十里甲車比乙車運價少一兩一錢問甲乙二車日行里數及運價各幾何

法以乙車五日為正甲車七日為負里

價	里	甲	乙
五正	〇	七負	五正
一一正	八〇正	九負	七正
五五正	四〇〇正	四五負	三五正
三五正	〇	四九負	三五正
二〇正	四〇〇正	〇四正	〇〇

數相等作一空位甲車先行二日乙車行五日追及是乙車行五日甲車行七日其里數相等運價多五錢為正列於上又以乙車七日為正甲車九日為負過八十里為正運價多一兩一錢為正列於下乃以上乙五日遍乘下乙七日甲九日多八十里多一兩一錢得乙三十五日仍為正甲四十五日仍為負多行四百里運價多五兩五錢仍為正又以下乙七日遍乘上乙五日甲七日

價	里	甲	乙
五正	〇	七負	五正
一一正	八〇正	九負	七正
五五正	四〇〇正	四五負	三五正
三五正	〇	四九負	三五正
二〇正	四〇〇正	〇四正	〇〇

運價多五錢得乙三十五日仍為正甲四十九日仍為負多三兩五錢仍為正相等無可乘仍為空位於是以上層為主兩下相較則乙各三十五日彼此減盡甲兩下相減餘四日本層少變負為正里數無可加減仍得四百里為正價兩下相減餘二兩依本層為正即甲車四日行四百里運價二兩也以四日除四百里得一百里為甲車每日所行之

里數以四日除二兩得五錢即甲車每日之運價以乙車七日比甲車九日多行八十里價多一兩一錢計之則甲車九日行九百里加多八十里共九百八十里為乙車七日所行之里數以七日除之得一百四十里即乙車每日所行之里數甲車九日運價四兩五錢加多一兩一錢共五兩六錢為乙車七日之運價以七日除之得八錢即乙車每日

之運價也此法因有里數運價二種或名疊腳然不過除兩次耳若里數為較運價為和難以分列正負者則分兩法算之

設如甲乙丙三人有銀各不知數只云甲得乙銀二分之一乙得丙銀三分之一丙得甲銀四分之一則各得七百兩問三人原銀各幾何

法先以甲三分乙一分共七百兩列於上甲原銀四分丙得去一分餘三分又得乙一分故為甲三分乙一分共七

甲	乙	丙	銀
三	一	〇	七〇〇
一	〇	二	七〇〇
三	〇	六	二一〇〇
三	一	〇	七〇〇
〇	一正	六負	一四〇〇負

百兩丙無數作空位以足其分又以甲一分丙二分共七百兩列於下丙原銀三分乙得去一分餘二分又得甲一分故為甲一分丙二分共七百兩乙無數亦作空位以足其分乃以上甲三分遍乘下甲一分丙二分共七百兩得甲三分丙六分共二千一百兩又以下甲一分遍乘上甲三分乙一分共七百兩仍得原數於是以下層為主兩下相較則甲各三分彼此減盡乙一分無可減仍為一分依本層為正丙六分

銀	丙	乙
一四〇〇負	六負	一正
七〇〇	一	一
二一〇〇	七	〇

無可減仍為六分本層無數則為負銀丙下相減餘一千四百兩本層少爲負即乙一分比丙六分少一千四百兩也次以乙一分為正丙六分為負少一千四百兩為負列於上又以乙一分丙一分共七百兩列於下乙原銀二分甲得去一分餘一分又得丙一分故為乙一分丙一分共七百兩因為和數故不用號因首色皆為一故省互乘兩下相較則乙各一分彼此減盡丙六與丙一相加得七分

銀	丙	乙
一四〇〇負	六負	一正
七〇〇	一	一
二一〇〇	七	〇

銀一千四百與七百相加得二千一百兩即為丙七分之共數以七除之得三百兩為丙一分之數以丙原銀三分乘之得九百兩為丙之銀數以乙一分丙一分共七百兩計之則於七百兩內減去丙一分三百兩餘四百兩即乙一分之數以乙原銀二分乘之得八百兩為乙之銀數以甲三分乙一分共七百兩計之則於七百兩內減去乙一分四百

兩餘三百兩三歸之得一百兩即甲一分之數以甲原銀四分乘之得四百兩為甲之銀數也

設如有長方面積八百六十四步一長二闊三和四較共三百一十二步問長闊各幾何

二　三　二
一七四二四
二
二三 ○七四
六九
二六二 ○五二四
五二四
○○○

法以積數八因之得六千九百一十二步為大長方形積乃以長闊和較共數三百一十二步為長闊和折半得一百五十六步為半和自乘得二萬四千三

```
一    三    二
一 七 四 二 四
一
二三 〇 七 四
     六 九
二六二 〇 五 二 四
       五 二 四
       〇 〇 〇
```

百三十六步與六千九百一十二步相減餘一萬七千四百二十四步開平方得一百三十二步為半較與半和一百五十六步相減得二十四步為原闊數以闊除原積八百六十四步得三十六步為原長數也此法葢因三和内有三長三闊加一長二闊共四長五闊如以四較加於四闊則又成四長是共得八長一闊此三百一十二步即八長一闊

之共數今將原積八倍之成一大長方形其闊即原闊其長為原長之八倍故以三百一十二為長闊和求得闊即為原闊以原闊除原積即得原長也

設如買果木樹不知樹數亦不知樹價但知樹每株之價為樹共數之六倍而每株脚錢六文其脚錢并樹價共三千六百文問樹每株價及樹數各幾何

法先以共錢三千六百文六因之得二

萬一千六百文為長方積脚錢六文為縱多爰以縱多六文折半得三文為半較自乘得九文與二萬一千六百文相加得二萬一千六百零九文開平方得一百四十七文為半和內減半較三文得一百四十四文為樹每株之價六歸之得二十四為樹之共數也此法以樹數為闊樹價併脚錢為長成長方形因每株之價為樹數之六倍是長為闊之

六倍又多六丈故六倍其積則長比闊多六丈故以帶縱開方法算之得闊為樹價六歸之得樹數也

設如一河寬一丈二尺中間生一蒲草出水面三尺斜引蒲稍至岸適與岸齊問蒲長水深各幾何

法以河寬一丈二尺折半得六尺為勾以蒲稍出水三尺為股弦較乃以勾六尺自乘得三十六尺以股弦較三尺除之得一十二尺為股弦和加股弦較三

尺得一十五尺折半得七尺五寸為弦即蒲之長内減股弦較三尺餘四尺五寸為股即水之深也如圖甲乙為河寛丙丁為蒲長與甲丁等戊丁為水深丙戊為蒲稍出水三尺故戊丁為股甲戊為勾甲丁為弦丙戊為股弦較用有勾有股弦較之法求得股為水深得弦為蒲之長也

設如圓柱高二十一尺周四尺以繩自底至末繞柱

七周與柱適齊問繩長幾何

法以柱周四尺七因之得二十八尺為股柱高二十一尺為勾求得弦三十五尺即繩之長也此法蓋合七勾股為一勾股算也如圖甲乙為柱高二十一尺甲丙為七分之一若將柱面平鋪之成一平面則丙丁即柱周四尺甲丁即繩繞柱之一周成甲丙丁勾股形今柱高為甲丙之七倍繩長為甲丁之七倍故

將柱周亦加七倍成甲乙戊勾股形甲乙為勾乙戊為股求得甲戊弦即繩長也

設如一方匣內對角斜容一比例尺長一尺一寸寬三寸問匣方邊幾何

法以比例尺寬三寸與長一尺一寸相加得一尺四寸自乘折半開方得九寸八分九釐九毫即方匣之邊數也如圖甲乙丙丁方匣內容戊己庚辛比例尺

丁乙為對角斜線癸壬為比例尺之長壬乙與丁癸二段與己庚寬度等葢以己庚度作己子丑庚正方形則乙為方之中心壬乙為己庚方邊之一半與壬庚等而壬乙與丁癸兩段即與己庚等故以比例尺之長闊相加即為丁乙對角斜線用斜求方之法自乘折半開方即得方邊也

設如三角形底二丈八尺小腰與中垂線之較二尺

大腰與中垂線之較六尺問兩腰各幾何

法借一衰為中垂線則小腰為一衰多二尺小腰與中垂線之和為二衰多二尺與小腰較二尺相乘得四衰多四尺為小分底自乘方積大腰為一衰多六尺大腰與中垂線之和為二衰多六尺與大腰較六尺相乘得十二衰多三十六尺為大分底自乘方積以兩方積相較則大分底方為小分底方之三倍多

二十四尺大分底方十二衰為小分底方四衰之三倍即將小分底方四衰多四尺以三因之得十二衰多十二尺與大分底方十二衰多三十六尺相減仍餘二十四尺乃以底二十八尺自乘得七百八十四尺內減去所多之二十四尺餘七百六十尺為小分底自乘四正方小分底乘大分底二長方積折半得三百八十尺為小分底自乘二正方小分底乘大分底一長方積共成一大長方底二十八尺為長闊之較用帶縱較

數開平方法算之得闊十尺為小分底自乘得一百尺以小腰較二尺除之得五十尺為小腰與中垂線之和内加小腰較二尺得五十二尺折半得二十六尺即小腰又以小腰較二尺與大腰較六尺相減餘四尺即大腰與小腰之較與小腰二十六尺相加得三十尺即大腰也如圖甲乙丙三角形甲乙為小腰甲丙為大腰乙丙為底自甲角作甲丁

垂線則分為甲丁乙甲丁丙兩勾股形以甲乙甲丁股弦和與甲乙甲丁股弦較相乘則得乙丁勾自乘之乙戊己丁正方形見勾股法以甲丁甲丙股弦和與甲丁甲丙股弦較相乘則得丁丙勾自乘之丁庚辛丙正方形丁庚辛丙正方形既為乙戊己丁正方形之三倍多二十四尺故於乙壬癸丙大正方形內減去二十四尺餘者即與乙戊己丁三正方

等是共得乙戊己丁四正方戊壬子己庚子癸辛為大分底乘小分底二長方共成丑寅卯丙一長方形折半得丑辰己丙長方形乙丙即長闊之較故用帶縱較數開平方法算之得闊為乙丁小勾自乘以股弦較除之得股弦和故加股弦較折半即得甲乙為弦也或求得甲丙邊亦同

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一

丈二尺二寸甲乙甲丙兩邊較三尺八寸求乙角丙角度幾何

丙

乙　丁　甲

一率　乙丙邊
二率　乙丁邊
三率　丁外角正弦
四率　丙分角正弦

法依甲丙邊度截甲乙邊於丁餘乙丁即丙邊較自丙至丁作丙丁線成乙丁丙鈍角形乃以乙丙邊一丈二尺二寸為一率乙丁邊三尺八寸為二率甲角五十三度八分與一百八十度相減餘一百二十六度五十二分折半得六十三度二十六分即丁鈍角之外角與丁丙甲

乙　丙　丁　甲

一率　乙丙邊
二率　乙丁邊
三率　丁外角正弦
四率　丙分角正弦

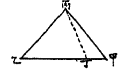
角等其正弦八萬九千四百四十一為三率求得四率二萬七千八百五十八為丙分角正弦撿表得十六度十分為丙分角與丁丙甲角六十三度二十六分相加得七十九度三十六分即丙角度以丙分角與丁外角相減餘四十七度十六分即乙角度也

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲丙邊一丈一尺二寸甲乙乙丙兩邊較二尺八寸求乙角

丙角度各幾何

一率　甲丙甲乙兩邊和
二率　甲丙甲丁兩邊較
三率　半外角切線
四率　半較角切線

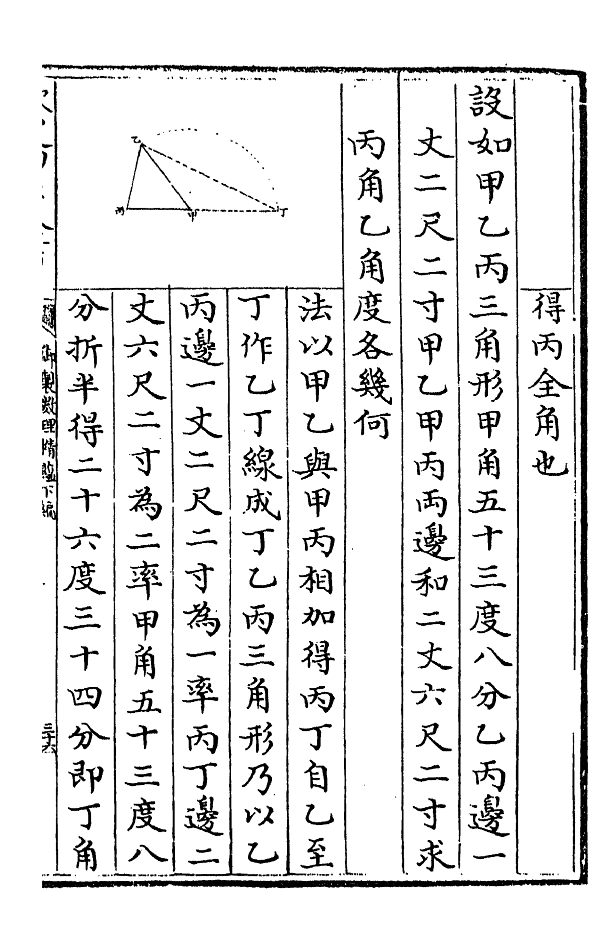
法依乙丙邊度截甲乙邊於丁餘甲丁即兩邊較自丙至丁作丙丁線成甲丁丙鈍角形乃以甲丁邊二尺八寸與甲丙邊一丈一尺二寸相加得一丈四尺為一率甲丁與甲丙相減餘八尺四寸為二率甲角半外角六十三度二十六分之正切線一十九萬九千九百八十六為三率求得四率一十一萬九千九



百九十一為半較角切線撿表得五十度十二分為半較角度與半外角相減餘十三度十四分為丙分角倍之與甲角相加得七十九度三十六分即丙角度以甲角丙角相併與半周相減餘四十七度十六分即乙角度也葢以丙分角與甲角相加則得丙丁乙角與丙大分角等是丙大分角與一丙小分角一甲角之度等故倍小分角與甲角相加

得丙全角也

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二寸甲乙甲丙兩邊和二丈六尺二寸求丙角乙角角度各幾何

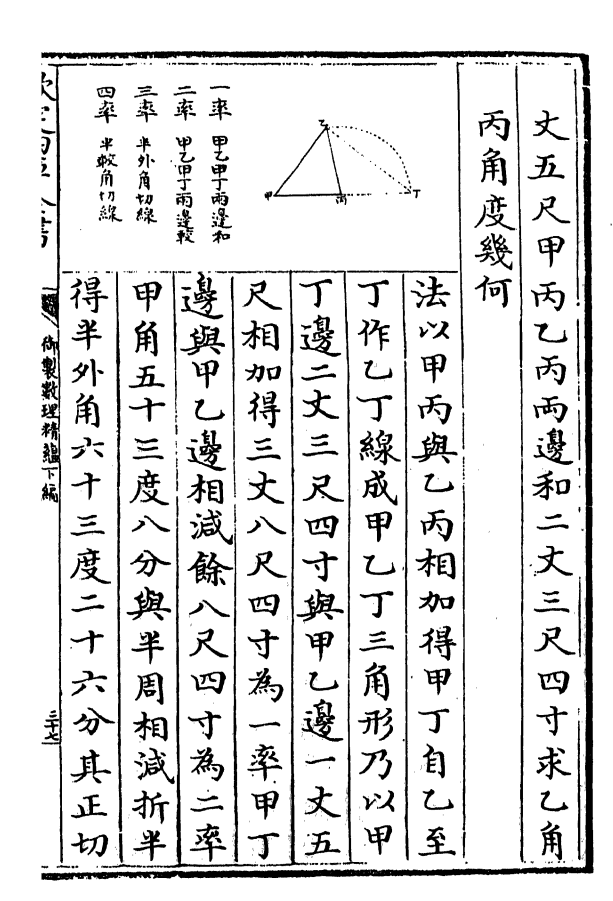


法以甲乙與甲丙相加得丙丁自乙至丁作乙丁線成丁乙丙三角形乃以乙丙邊一丈二尺二寸為一率丙丁邊二丈六尺二寸為二率甲角五十三度八分折半得二十六度三十四分即丁角

一率　乙丙邊
二率　丙丁邊
三率　丁角正弦
四率　丙乙丁角正弦

與甲乙丁角等其正弦四萬四千七百二十四為三率求得四率九萬六千零四十六為丙乙丁角正弦檢表得七十三度五十分為丙乙丁角内減半甲角二十六度三十四分即甲乙丁角餘四十七度十六分即乙角度以甲角乙角相併與半周相減餘七十九度三十六分即丙角度也

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲乙邊一



丈五尺甲丙乙丙兩邊和二丈三尺四寸求乙角丙角度幾何

法以甲丙與乙丙相加得甲丁自乙至丁作乙丁線成甲乙丁三角形乃以甲丁邊二丈三尺四寸與甲乙邊一丈五尺相加得三丈八尺四寸為一率甲丁邊與甲乙邊相減餘八尺四寸為二率甲角五十三度八分與半周相減折半得半外角六十三度二十六分其正切

一率 甲乙甲丁兩邊和
二率 甲乙甲丁兩邊較
三率 半外角切線
四率 半較角切線

線一十九萬九千九百八十六為三率求得四率四萬三千七百四十七為半較角切線撿表得二十三度三十八分為半較角與半外角相減餘三十九度四十八分為丁角度倍之得七十九度三十六分即丙角度以甲角丙角相併與半周相減餘四十七度十六分即乙角度也

設如有一旗杆不知其高用日影測之問高幾何

法先立一表長五尺看影長幾尺如得四尺同時看旗杆影為幾尺如得二丈四尺乃以表影長四尺為一率表高五尺為二率旗杆影長二丈四尺為三率求得四率三丈即旗杆之高也如圖甲乙為旗杆乙丙為旗杆影丁戊為表高戊己為表影甲乙丙與丁戊己為同式勾股形故己戊與丁戊之比同於乙丙與甲乙之比也

設如有塔一座不知其高亦不知其遠用日影測之

問塔高幾何

法先立一表長六尺影長四尺同時看塔影所至記之閱時看表影長五尺塔影比先所記之處長幾尺如得八尺乃以表影差一尺為一率表高六尺為二率影差八尺為三率求得四率四丈八尺即塔之高也如圖甲乙為塔高乙丙為先所記塔影乙丁為後所記塔影戊

己為表高己庚為先所記表影己辛為後所記表影戊庚辛與甲丙丁戊己庚與甲乙丙皆為同式形故庚辛與戊己之比同於丙丁與甲乙之比也

設如遠望一村欲知其遠用放鑣驗時儀墜子候之問遠幾何

法令一人在村邊放鑣一見烟出即用驗時儀墜子候之一聞鑣響即止計自見烟至聞響得幾秒如得三秒即以一

一率	一秒
二率	一百二十八丈五尺七寸
三率	三秒
四率	三百八十五丈七尺一寸

秒為一率一百二十八丈五尺七寸為二率三秒為三率求得四率三百八十五丈七尺一寸即距村之遠也葢響與烟一時並出其見烟而未聞響者聲未至也故自見烟至聞響之分即路遠之分嘗以其分較之路遠五里得七秒以七歸之每秒得一百二十八丈五尺七寸聞雷亦然自一見電光至聞雷響候其秒數即得里數也

設如梭形闊四尺中長九尺求積幾何

法以中長九尺與闊四尺相乘得三十六尺折半得十八尺即梭形積也如圖甲乙丙丁梭形以乙丁與甲丙相乘則成戊己庚辛長方形其積比梭形多一倍故半之為梭形積也此法必甲乙與乙丙等甲丁與丁丙等或甲乙與甲丁等乙丙與丁丙等則其中長適為兩三角形之垂線故長闊相乘折半而得積

也若中長不得為垂線則須先量得四邊數及長數或闊數用三角形求中垂線法算之

設如三廣形上闊三尺中闊五尺下闊四尺上截長六尺下截長四尺求積幾何

法以中闊五尺與上闊三尺相加折半得四尺與上截長六尺相乘得二十四尺又以中闊五尺與下闊四尺相加折半得四尺五寸與下截長四尺相乘得

十八尺兩數相併得四十二尺即三廣形積也如圖甲乙丙丁戊己三廣形以乙戊線分之則成甲乙戊己乙丙丁戊兩梯形故用梯形求積之法見第十九卷直線形求得兩梯形之積而併之即為三廣形積也舊術以上下闊相加折半加中闊與長相乘得積此必上下兩截長數相等者然後可算若上下不相等須用兩梯形算之

設如眉形兩尖相距弦長二十四尺外弧距弦九尺內弧距弦四尺求積幾何

法以兩尖相距二十四尺為弦外弧距弦九尺為矢用弧矢求積法以矢九尺為首率弦二十四尺折半得十二尺為中率求得末率十六尺加矢九尺得二十五尺為圜徑折半得半徑十二尺五寸為一率半弦十二尺為二率半徑十二萬為三率求得四率九萬六千為半外

弧之正弦檢八線表得七十三度四十五分為半外弧之度分倍之得一百四十七度三十分為外弧之度分乃以三百六十度為一率外弧一百四十七度半為二率全徑二十五尺求得全周七十八尺五寸三分九釐八毫為三率求得四率三十二尺一寸七分九釐五毫為外弧之數與半徑十二尺五寸相乘折半得二百零一尺十二寸十八分為

自圜心所分弧背三角形積又以矢九尺與半徑十二尺五寸相減餘三尺五寸與弦二十四尺相乘折半得四十二尺為自圜心至弦所分直線三角形積與弧背三角形積相減餘一百五十九尺一十二寸一十八分為外弧矢全積見第二十卷曲線形又以兩尖相距二十四尺為弦内弧距弦四尺為矢亦用弧矢求積法求得内弧矢虛積六十五尺三十七

寸六十分與外弧矢積相減餘九十三尺七十四寸五十八分即眉形積也如圖甲乙丙丁眉形甲丙為弦乙戊為外弧矢丁戊為內弧矢成甲乙丙戊甲丁丙戊兩弧矢形故先求得甲乙丙戊弧矢形積又求得甲丁丙戊弧矢形積相減即得甲乙丙丁眉形積也

乙
丁
丙
戊
甲

設如橄欖形長二尺四寸闊八寸求積幾何

法以長二尺四寸為弦闊八寸折半得

四寸為矢用弧矢求積法求得弧矢積六十五尺三十七寸六十分倍之得一百三十尺七十五寸二十分即撒欖形積也如圖甲乙丙丁撒欖形自甲至丙作甲丙線平分乙丁於戊則成甲乙丙戊甲丁丙戊兩弧矢形故求得弧矢形積倍之即撒欖形積也

甲
丁
戊
乙
丙

設如錢形徑一尺二寸求積幾何

法以錢形徑一尺二寸求得圜面積一

尺一十三寸零九分七十三釐又求得內容方積七十二寸相減餘四十一寸零九分七十三釐倍之得八十二寸一十九分四十六釐即錢形積也如圖甲乙丙丁錢形作戊己巳庚庚辛辛戊四線則分為壬癸子丑寅卯辰巳八弧矢形故先求得圜形積又求得戊己庚辛內方積相減餘壬癸子丑四弧矢形倍之即得錢形積也

設如銀錠形徑一尺二寸求積幾何

法以銀錠形徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸折半得七十二寸即銀錠形積也如圖甲乙丙丁戊己銀錠形以甲丁徑自乘折半則得乙丙戊己正方其所虛庚辛二弧矢形與所盈壬癸二弧矢形之積等故乙丙戊己正方積即與銀錠形之積等也

設如甲乙丙丁四平圜共積二百一十七尺五十五

寸五十三分一十釐甲圜徑比乙圜徑多三尺乙圜徑比丙圜徑多三尺丙圜徑比丁圜徑多二尺問四圜徑各幾何

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一三七三二三九五四
三率 二一七五五五三一〇
四率 二七七

法用圜積方積定率比例以圜積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率四平圜共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐為三率求得四率二百七十七尺為四平方共積乃以丙圜徑比丁圜徑所

多之二尺自乘得四尺又以乙圜徑比
丁圜徑所多之五尺丙比丁多二尺乙又比丙多三尺故
乙比丁多五尺自乘得二十五尺又以甲圜徑
比丁圜徑所多之八尺乙比丁多五尺甲又比乙多三
尺故甲比丁多八尺自乘得六十四尺三數相併
得九十三尺與四平方共積二百七十
七尺相減餘一百八十四尺為長方積
以丙圜徑比丁圜徑多二尺乙圜徑比
丁圜徑多五尺甲圜徑比丁圜徑多八

甲 丑 壬 戊 寅

乙 卯 癸 己 辰

丙 巳 子 庚 午

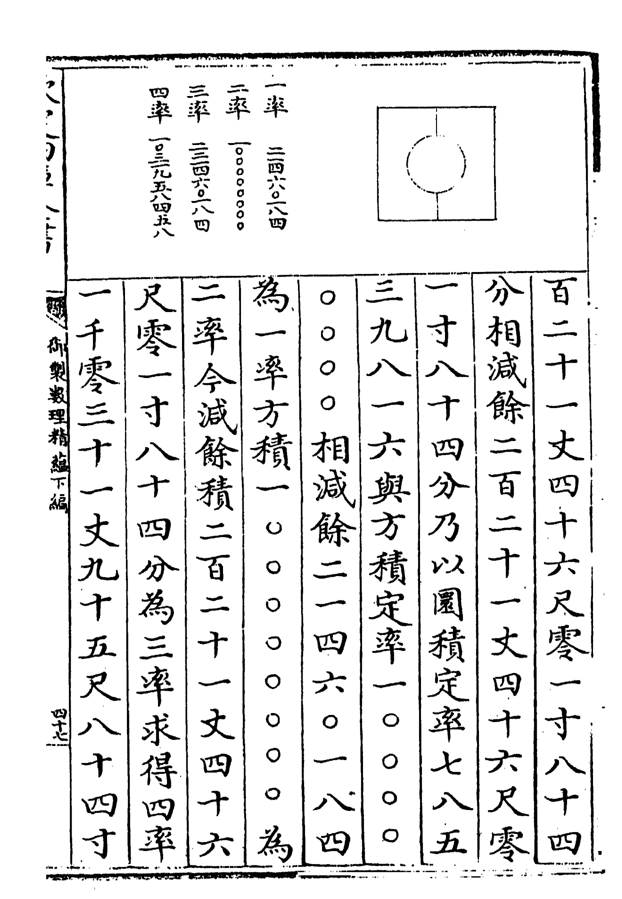
丁 辛

尺相加得十五尺為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊八尺二歸之得四尺即丁圜徑加二尺得六尺即丙圜徑再加三尺得九尺即乙圜徑再加三尺得十二尺即甲圜徑也如圖甲乙丙丁四平圜形變為甲乙丙丁四平方形則四圜徑之較即四方邊之較故於四方形內減去壬癸子三較方餘戊己庚辛四小正方丑寅卯辰巳午六長方

共成未申酉戌一長方戌亥為長闊之較即三邊較之共數故用帶縱較數開平方法算之得闊折半而得丁方邊即丁圜徑遞加之即得甲乙丙各圜徑也

設如有一方形內不切方邊容一圜形但知方邊離圜界五丈方內圜外積三百二十一丈四十六尺零一寸八十四分問方邊圜徑各幾何

法以方邊離圜界五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈與方內圜外積三



百二十一丈四十六尺零一寸八十四分相減餘二百二十一丈四十六尺零一寸八十四分乃以圜積定率七八五三九八一六與方積定率一〇〇〇〇〇〇〇〇相減餘二一四六〇一八四為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今減餘積二百二十一丈四十六尺零一寸八十四分為三率求得四率一千零三十一丈九十五尺八十四寸

一率 二四六○一八四
二率 一○○○○○○○○
三率 二
四率 九三九五

五十八分為長方積又以二一四六○一八四為一率一○○○○○○○○為二率以方邊離圜界五丈四因之得二十丈為三率求得四率九十三丈一尺九寸五分為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十丈即内圜徑加方邊離圜界共十丈得二十丈即外方邊也如圖甲乙丙丁方形内容戊圜形以方邊離圜界五丈自乘四因與積相

減則減去己庚辛壬四小方形餘癸子丑寅四長方形及卯辰巳午四隅積今欲以卯辰巳午四隅積補足戊圜虛積共成未申酉戌長方形應以定率之方積圜積相減餘方内圜外積為一率方積為二率今所餘之卯辰巳午方内圜外積為三率則得四率為未亥方積而戊圜虛積即補足在其中然今乃以卯辰巳午四隅積并癸子丑寅四長方積

共為三率則戊圜虛積固已補足而癸子丑寅四長方積必多補出之分是知癸子丑寅四長方形其寬仍為戊酉而亥酉之長必亦多補出之分矣癸子丑寅四長方形為二平行線內直角方形其兩之互相為比同於其底之互相為比見幾何原本八卷第七節故又以定率之方積圜積相減餘方內圜外積為一率方積為二率以方邊離圜界五丈四因之得亥酉之長為三率求得四率即將亥酉之長亦

增補出之分乃以此為長闊之較求得
未申闊即為內圜徑也

設如有一方形內不切方邊容一圜形但知方角離
圜界二十一丈二尺一寸三分方內圜外積一千
四百四十二丈九十二尺零三寸六十八分問方
邊圜徑各幾何

法以方角離圜界二十一丈二尺一寸
三分自乘得四百五十丈倍之得九百
丈與方內圜外積一千四百四十二丈

一率　二八五三九八一六
二率　五〇〇〇〇〇〇〇
三率　五四三九二〇三六八
四率　九五一一六三〇四八

九十二尺零三寸六十八分相減餘五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分乃以定率弧矢積二八五三九八一六為一率（方積一〇〇〇〇〇〇〇〇方內容圜積七八五三九八一六圜內容方積五〇〇〇〇〇〇〇相減餘二八五三九八一六為弧矢積）圜內容方積五〇〇〇〇〇〇〇為二率今減餘積五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分為三率求得四率九百五十一丈十六尺三十寸四十八分

一率　一八五三九八一六

二率　五〇〇〇〇〇〇

三率　六

四率　一〇五一一六

為長方積又以二八五三九八一六為一率五〇〇〇〇〇〇為二率以方角離圜界二十一丈二尺一寸三分用斜求方法求得四隅方邊十五丈四因之得六十丈為三率求得四率一百零五丈一尺一寸六分為長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊十丈即內圜所容方邊以四隅方邊十五丈倍之得三十丈與內圜所容方邊十丈相加得

四十丈即外方邊以内圜所容方邊十丈求得對角斜線十四丈一尺四寸二分即内圜徑加方角離圜界共四十二丈四尺二寸六分得五十六丈五尺六寸八分即外方對角斜線也如圖甲乙丙丁方形内容戊圜形以方角離圜界甲卯自乘倍之與積相減則減去己庚辛壬四小正方形（以甲卯自乘折半得己正方形積故甲卯自乘倍之即得四正方形積也）餘癸子丑寅四長方形

而內虛未申酉戌四弧矢形今欲以所虛之未申酉戌四弧矢形變為卯辰巳午一正方形應以定率弧矢積為一率方積為二率未申酉戌四弧矢虛積為三率則得四率為卯辰巳午虛方積然今無未申酉戌四弧矢虛積而以癸子丑寅四長方形內虛未申酉戌四弧矢形之餘積為三率實積既變則虛積亦變故求得四率為卯辰亥乾長方形而

內虛卯辰巳午正方形蓋癸子丑寅四長方實積與午巳亥乾長方積之比同於弧矢積與方積之比則其所虛之未申酉戌四弧矢形與卯辰巳午正方形之比亦同於弧矢積與方積之比而癸子丑寅之共長與辰亥之比亦必同於弧矢積與方積之比矣故以四長方之共邊比例得辰亥邊為長闊和求得卯辰闊為內圜所容正方形之每一邊也

設如有一圜形內不切圜界容一方形但知圜界離方角五丈圜內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分問圜徑方邊各幾何

一率	七八五三九八一六
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二六四一五九二六四
四率	三三六三三八〇二三

法以圜界離方角五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈又以圜積定率七八五三九八一六為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今圜內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分為三率求得四率三百三十六丈

一率 三六三三八〇二三

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 二三六三三八〇二三

四率 六五〇三八七四

三十三尺八十寸二十三分內減所得一百丈餘二百三十六丈三十三尺八十寸二十三分乃以定率弧矢積二八五三九八一六方積一〇〇〇〇〇〇〇〇內容圜積七八五三九八一六圜內容方積五〇〇〇〇〇〇〇相減餘二八五三九八一六用圜積變方積法通之得三六三三八〇二三為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇為二率今減餘積二百三十六丈三十三尺八十寸二十三分為三率求

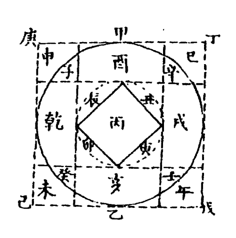
一率　三六三三八〇二三

二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇

三率　二

四率　五五〇三八七四

得四率六百五十丈三十八尺七十四寸為長方積又以三六三三八〇二三為一率一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率以圜界離方角五丈四因之得二十丈為三率求得四率五十五丈零三寸八分七釐四豪為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十丈即内方對角斜線用斜求方法算之得七丈零七寸一分即内方邊以内方對角斜線十丈



加圜界離方角共十丈得二十丈即外圜徑也如圖甲乙圜形内容丙方形以圜積方積定率比例則變為丁戊己庚辛壬癸子方環形而多丑寅卯辰四弧矢形所變之積蓋圜環變為方環今圜内方外積比圜環積多丑寅卯辰四弧矢形故所變之方環亦多丑寅卯辰四弧矢形所變之積也以圜界離方角五丈自乘四因與積相減則減去巳午未

申四小方形餘酉戌亥乾四長方形及丑寅卯辰四弧矢形所變之積今欲以丑寅卯辰四弧矢形所變之積補成辛壬癸子正方形共成辛壬坎艮長方形應以定率四弧矢形已變之積為一率方積為二率 設方積為一〇〇〇〇〇〇〇〇方內容圜積為七八五三九八一六圜內容方積為五〇〇〇〇〇〇〇內圜積與內方積相減餘二八五三九八一六是二八五三九八一六與一〇〇〇〇〇〇〇相比為弧矢積與外方積之定率也然今所多之四弧矢積先已用圜率變為方率

故又以圜積七八五三九八一六為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇為二率弧矢積二八五三九八一六為三率得四率三六三三八〇二三是三大三三三八〇二三與一〇〇〇〇〇〇〇相比為已變之弧矢積與外方積之定率也今所多之丑寅卯辰四弧矢形已變之積為三率則得四率為辛壬癸子正方積然今乃以丑寅卯辰四弧矢形已變之積并酉戌亥乾四長方積共為三率則辛壬癸子正方積固已補足而酉戌亥乾四長方必多補出之分是知酉

戌亥乾四長方其寬仍為子癸而癸坎之長必亦多補出之分矣故又以四弧矢形已變之積為一率方積為二率以圜界離方邊五丈四因之得癸坎之長為三率求得四率即將癸坎之長亦增補出之分乃以此為長闊之較求得辛壬闊即内方對角斜線也

設如有一圜形内不切圜界容一方形但知圜界離方邊十五丈圜内方外積一千一百五十六丈六

十三尺七十寸四十分問圜徑方邊各幾何

法以圜界離方邊十五丈自乘得二百二十五丈四因之得九百丈又以圜積方積定率比例圜積七八五三九八一六為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今圜內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分為三率求得四率一千四百七十二丈六十七尺六十寸四十六分內減所得九百丈

一率　七八五三九八一六
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　一一五六六三七〇四〇
四率　一四七二六七六〇四六

一率	二七三三三九五五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	五七二六七六〇四六
四率	二〇九五八八六三六一

餘五百七十二丈六十七尺六十寸四十六分乃以方內圜外積二一四六〇一八四（方積一〇〇〇〇〇〇〇〇內容圜積七八五三九八一六相減餘二一四六〇一八四）用圜積變方積法通之得二七三二三九五五為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率令減餘積五百七十二丈六十七尺六十寸四十六分為三率求得四率二千零九十五丈八十八尺六十三寸六十一分為長方

一率　二七三二三九五五
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　六
四率　二九五八八

積又以二七三二三九五五為一率一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率以圜界離方邊十五丈四因之得六十丈為三率求得四率二百一十九丈五尺八寸八分為長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊十丈即内方邊加圜界離方邊共三十丈得四十丈即外圜徑也如圖甲乙圜形内容丙方形以圜積方積定率比例則變為丁戊己庚辛壬癸子方

環形而少丑寅卯辰四隅所變之積葢圜環變為方環今圜內方外積比圜環積少丑寅卯辰四隅故所變之方環亦少丑寅卯辰四隅所變之積也以圜界離方邊十五丈自乘四因與積相減則減去巳午未申四小正方形餘酉戌亥乾四長方形而內少丑寅卯辰四隅所變之積今欲以所虛之丑寅卯辰四隅形所變之積作為辛壬癸子正方形應

乾　亥　戌　酉

艮　坎　癸　壬

以定率四隅形已變之積為一率方積為二率。設方積為一〇〇〇〇〇〇〇〇方內容圜積為七八五三九八一六相減餘二一四六〇一八四是二一四六〇一八四與一〇〇〇〇〇〇〇〇相比為圜外四隅積與外方積之定率也然今所少者乃圜外四隅積用圜積方積比例之數故又以圜積七八五三九八一六為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率圜外四隅積二一四六〇一八四為三率求得四率二七三二三九五五二七三二三九五五與一〇〇〇〇〇〇〇〇相比為已變之四隅積與外方積之定率也

丑寅卯辰四隅形已變之虛積為三率則得四率為辛壬癸

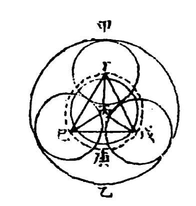
子虛方積然今無辛壬癸子四隅形已變之虛積而以酉戌亥乾四長方内虛丑寅卯辰四隅形之餘積為三率實積既變則虛積亦變故求得四率為辛壬坎艮長方形而内虛辛壬癸子正方形蓋酉戌亥乾四長方實積與子癸坎艮長方形之比同於已變之四隅積與方積之比則其所虛之丑寅卯辰四隅已變之積與辛壬癸子正方形之比亦同

於己變之四隅積與方積之比而酉戌亥乾之共長與壬坎之比亦必同於己變之四隅積與方積之比矣故以四長方之共邊比例而得壬坎邊為長闊和求得辛壬闊為內方邊也

設如有一大球體內容四小球體大球徑一尺二寸求小球徑幾何

法以大球徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸倍之得二百八十八寸為長方

積以大球徑一尺二寸四因之得四尺八寸為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊五寸三分九釐三豪即内容四小球之徑也如圖甲乙大球體内容丙丁戊己四小球體試自四小球之中心俱各作線聯之則成一四等面體又以甲乙大球心為心丙丁戊己小球心為界作一虛圓則成四等面體外切圓球體其四面體之一邊即小球徑以



四面體外切丁庚虛球徑加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙辛壬正方形內甲癸丁子為小球徑自乘方即四面體每邊自乘方丁庚辛丑為四面體外切圓球徑自乘方癸乙庚丁子丁丑壬為四面體之每邊與外切圓球徑相乘二長方凡四面體每邊自乘方為外切圓球徑自乘方三分之二見第二十八卷球內容四面體法故甲癸丁子正方形為丁庚辛丑

巳　　　　　　　　　　午　寅
辰　　　　　　　　　　　　卯

正方形三分之二將甲乙辛壬正方形倍之則得甲癸丁子二正方丁庚辛丑二正方癸乙庚丁四長方而丁庚辛丑二正方為甲癸丁子正方形之三倍是共得甲癸丁子五正方癸乙庚丁四長方即與寅卯辰巳長方積等其巳午長闊之較為甲乙球徑之四倍故四因大球徑為較縱求得闊即小球徑也如先有小球徑求大球徑則以小球徑為四

面體之一邊自乘二歸三因開平方得四面體外切圓球徑再加一小球徑即大球徑也

設如有一大球體內容六小球體大球徑一尺二寸求小球徑幾何

法以大球徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸為長方積以大球徑一尺二寸倍之得二尺四寸為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊四寸九分七

釐即內容六小球之徑數也如圖甲乙大球體內容丙丁戊己庚辛六小球體試自六小球之中心俱各作線聯之則成一八等面體其八面體之一邊即小球徑以八面體之對角線加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙壬癸正方形內甲子丙丑為小球徑自乘方即八面體每邊自乘方丙戊壬寅為八面體對角線自乘方子乙戊丙丑丙寅癸為八

面體之每邊與對角線相乘二長方凡八面體每邊自乘方為對角線自乘方之一半（見第二十七卷八面體法）故丙戊壬寅一正方與甲子丙丑二正方等是甲乙壬癸一正方共為甲子丙丑三正方子乙戊丙二長方與卯辰巳午長方積等其午未長闊之較為甲乙球徑之二倍故倍大球徑為較縱求得闊即小球徑也如先有小球徑求大球徑則以小球徑為

八面體之一邊自乘加倍開方得對角線再加一小球徑即大球徑也

設如一大球體內容八小球體大球徑一尺二寸求小球徑幾何

法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸折半得七十二寸為長方積以大球徑一尺二寸為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊四寸三分九釐二豪即內容八小球之徑數也如圖

甲乙大球體內容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體試自八小球之中心俱各作線聯之則成一正方體其正方體之一邊即小球徑以正方體之丙壬對角斜線加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙子丑正方形內甲寅卯辰為小球徑自乘方卯巳子午為正方體對角斜線自乘方寅乙巳卯辰卯午丑為小球徑乘正方體對角斜線二長方

凡正方對角斜線自乘方為每邊自乘方之三倍見第二十八卷球内容正方體法故卯巳子午正方形為甲寅卯辰正方形之三倍折半即得未甲辰申甲寅卯辰二正方寅乙巳卯一長方共成未乙巳申一長方甲乙球徑即長闊之較故用帶縱較數開平方法算之得闊即小球徑也如先有小球徑求大球徑則以小球徑為正方體之一邊自乘三因之開平方得

正方體對角斜線再加一小球徑即大球徑也

設如有三角形底十四尺中垂線十二尺大腰與小腰之較二尺求兩腰各幾何

大腰　一平方　一四根　一四

小腰　一平方

小底　一平方　一一四四

小底與大底　二四〇　一平方　二根

大底　一平方　一四根　一四〇

法借一根為小腰則大腰為一根多二尺以一根自乘得一平方為小腰之面積內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺餘一平方少一百四十四尺為小分底之面積以一根多二尺自乘得

大腰一平方——四根——四

小底乘大底二四〇——一平方——二根

小腰一平方

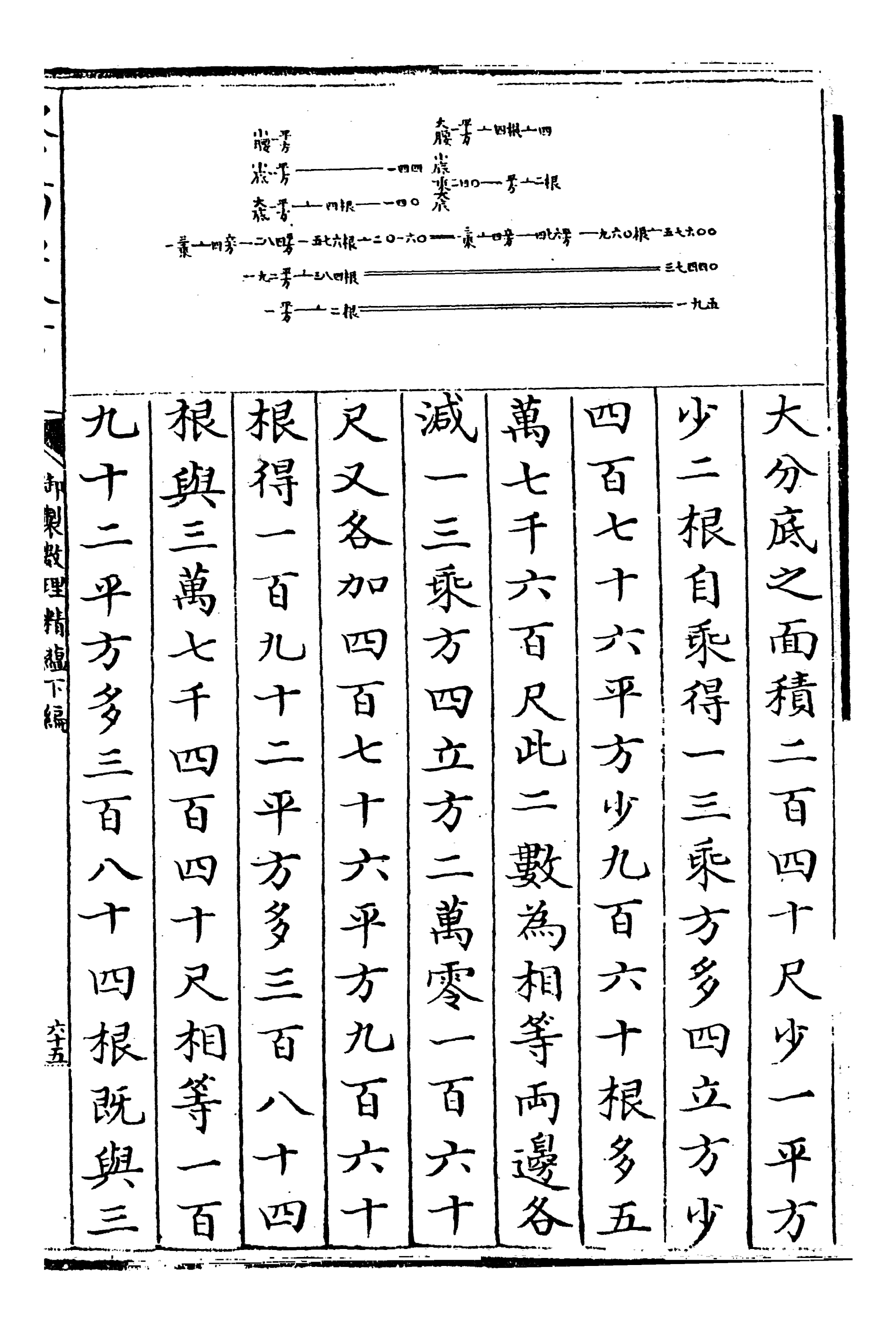
小底一平方————————四四

大底一平方——四根————四〇

一平方多四根多四尺為大腰之面積内減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺餘一平方多四根少一百四十尺為大分底之面積又以底十四尺自乘得一百九十六尺内減去大小兩分底之共面積二平方多四根少二百八十四尺餘四百八十尺少二平方少四根折半得二百四十尺少一平方少二根為小分底乘大分底之面積此數與大

小腰一平方　　大腰一平方⊥四根⊥一四
小底一平方——一四四　小底 中率二四〇—一平方⊥二根
大底一平方⊥四根——一四〇　大底
一三乘方⊥四立方⊥二八四平方⊥五七六根⊥二〇一六〇＝三乘方⊥四立方—四七六平方—九六〇根⊥五七六〇〇
一九二平方⊥三八四根＝三七四四〇
一平方⊥二根＝一九五

分底之面積及小分底之面積為連比例三率葢大分底之面積為首率而小分底乘大分底之面積為中率小分底之積為末率也乃以首率大分底之面積一平方多四根少一百四十尺與末率小分底之面積一平方少一百四十四尺相乘得一三乘方多四立方少二百八十四平方少五百七十六根多二萬零一百六十尺又以中率小分底乘



大分底之面積二百四十尺少一平方少二根自乘得一三乘方多四立方少四百七十六平方少九百六十根多五萬七千六百尺此二數為相等兩邊各減一三乘方四立方二萬零一百六十尺又各加四百七十六平方九百六十根得一百九十二平方多三百八十四根與三萬七千四百四十尺相等一百九十二平方多三百八十四根既與三

萬七千四百四十尺相等則一平方多二根必與一百九十五尺相等乃以一百九十五尺為長方積以多二根作二尺為長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊十三尺為一根之數即小腰加二尺得十五尺即大腰也

設如有三角形底十四尺中垂線十二尺大腰與小腰之和二十八尺求大小腰各幾何

法借一根為小腰則二十八尺少一根

大腰 二八——一根

小底束大底 二八根——一五〇——一平方

小腰 一根

小底 一平方——一四四

大底 一平方——五六根——六四〇

為大腰以一根自乘得一平方為小腰之面積內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺餘一平方少一百四十四尺為小分底之面積以二十八尺少一根自乘得七百八十四尺少五十六根多一平方為大腰之面積內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺餘一平方少五十六根多六百四十尺為大分底之面積又以底四十尺自乘得一百

小腰 一根　　大腰 二八 —— 一根

小底 一平方 —— 一四四　　大底乘小底 二八根 —— 一五〇 —— 一平方

大底 一平方 —— 九六根 —— 六四〇

一三乘方 —— 五六立方 —— 一四九六平方 —— 一八〇六四根 —— 九二一六〇 ═ 一三乘方 —— 五六立方 —— 一〇八四平方 —— 八四〇〇根 —— 二二五〇〇

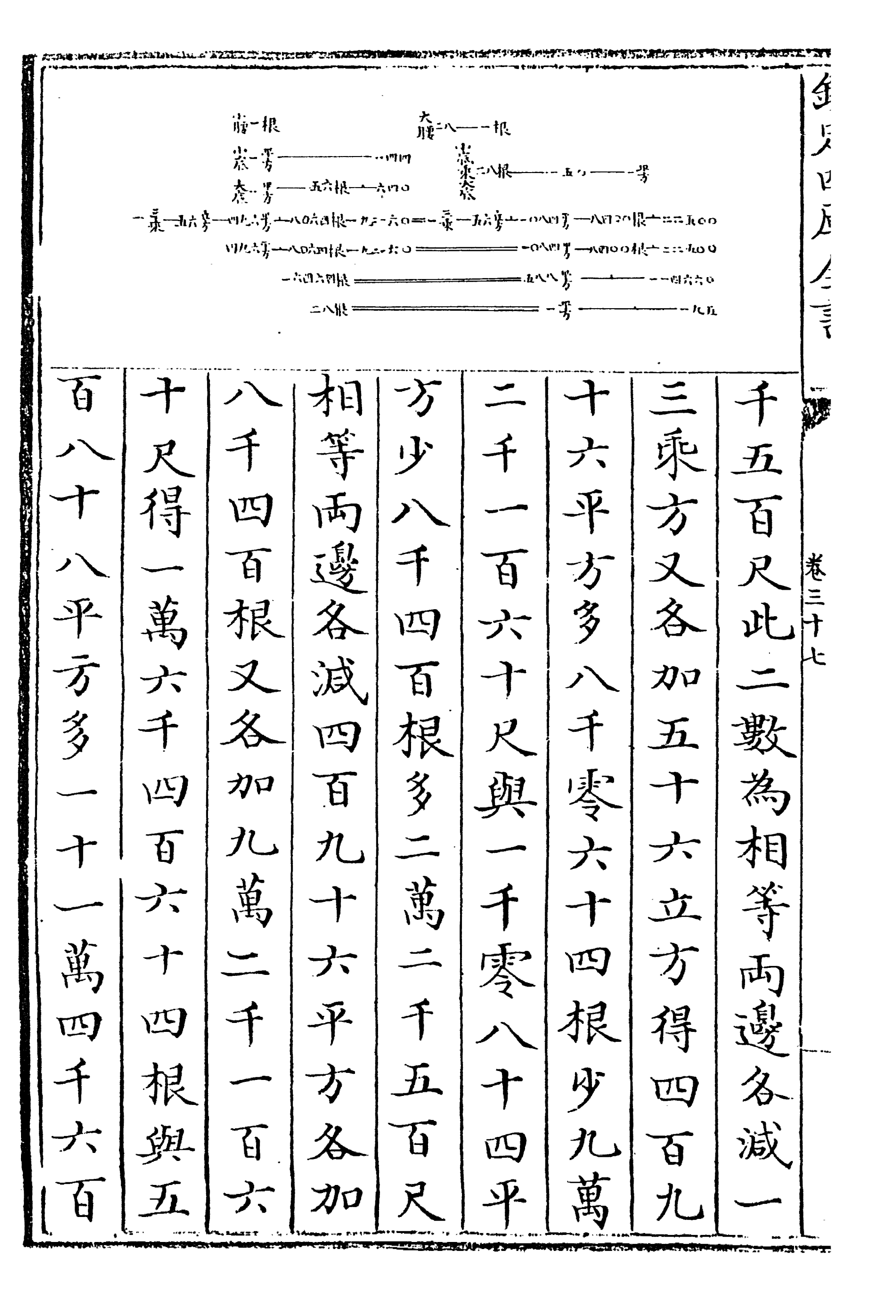
四九六平方 —— 一八〇六四根 —— 九二一六〇 ═ 一〇八四平方 —— 八四〇〇根 —— 二二五〇〇

一六四六四根 ═ 五八八平方 —— 一一四六六〇

二八根 ═ 一平方 —— 一九五

九十六尺內減去大小兩分底之共面積二平方少五十六根多四百九十六尺餘五十六根少三百尺少二平方折半得二十八根少一百五十尺少一平方為小分底乘大分底之面積此數與大分底之面積及小分底之面積為連比例三率蓋大分底之面積為首率而大分底乘小分底之面積為中率小分底之面積為末率也乃以首率大分底

之面積一平方少五十六根多六百四十尺與末率小分底之面積一平方少一百四十四尺相乘得一三乘方少五十六立方多四百九十六平方多八千零六十四根少九萬二千一百六十尺又以中率小分底乘大分底之面積二十八根少一百五十尺少一平方自乘得一三乘方少五十六立方多一千零八十四平方少八千四百根多二萬二



千五百尺此二數為相等兩邊各減一三乘方又各加五十六立方得四百九十六平方多八千零六十四根少九萬二千一百六十尺與一千零八十四平方少八千四百根多二萬二千五百尺相等兩邊各減四百九十六平方各加八千四百根又各加九萬二千一百六十尺得一萬六千四百六十四根與五百八十八平方多一十一萬四千六百

六十尺相等一萬六千四百六十四根既與五百八十八平方多一十一萬四千六百六十尺相等則二十八根必與一平方多一百九十五尺相等故以一百九十五尺為長方積以二十八根作二十八尺為長闊和求得闊十三尺為一根之數即小腰也

御製數理精蘊下編卷三十七